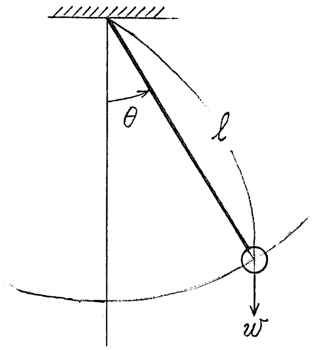
【2000年度 浮体振動論：後期試験問題】

5 Feb. 2001

担当：堀（情報教育センター）

【1】単振り子の振動方程式

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + k^2\theta = 0 \quad （但し，k \equiv \sqrt{\frac{g}{\ell}}） \quad \cdots\cdots ①$$



の一般解は，

$$\theta(t) = A\cos kt + B\sin kt$$

（但し A, B は，任意定数） ……………②

となる． 以下の問に答えなさい．

(a) 上の解が，単振動の一般解となっていることを，②式を①式に代入することによって示せ．

(b) この場合の周期 τ を，k を用いて書き表わせ．

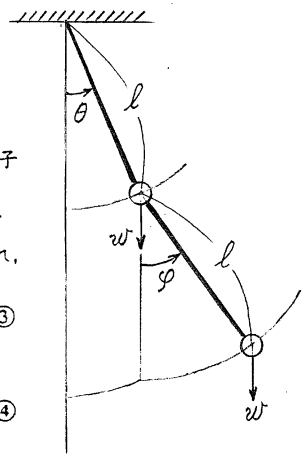
(c) 初期条件（$t=0$）として，$\theta = -\Theta_0$ （但し，$\Theta_0 > 0$）で，止まっている $\left(\dfrac{d\theta}{dt} = 0\right)$ 場合を設定し，未定の振幅 A, B を定めることにより，振れ角 $\theta(t)$ を決定せよ． また，$t=0$ での振り子の位置を図示せよ．

(d) $t = \dfrac{\tau}{6}$ のときの振れ角 θ を求め，その位置を図示せよ．

(e) (b)で求めた周期の式を，糸の長さ ℓ と重力の加速度 g を用いて書き換えよ． その式から，振り子の周期を2倍にするには，長さを何倍にすればよいか，答えよ． また，錘の重量 w を2倍にすると，周期はどうなるかについても答えよ．

(f) 実際，$\ell = 30\,cm$ と $120\,cm$ のときの周期 τ を，秒（sec）の単位で，小数点以下2桁まで計算せよ． 但し，重力の加速度は，$g = 9.8\,m/\mathrm{sec}^2$ とする．

【2】二重振り子の振動で，初期状態（$t=0$）では，上下の振り子とも，止まっている $\left(\dfrac{d\theta}{dt} = 0,\ \dfrac{d\varphi}{dt} = 0\right)$ 場合について考える． このとき，上下の振り子の振れ角 θ, φ は，それぞれ，



$$\left.\begin{aligned} \theta(t) &= A_1\cos\omega_1 t + A_2\cos\omega_2 t \\ \varphi(t) &= \sqrt{2}A_1\cos\omega_1 t - \sqrt{2}A_2\cos\omega_2 t \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots ③$$

$$ここに，\left.\begin{aligned} \omega_1 &= k\sqrt{2-\sqrt{2}} \\ \omega_2 &= k\sqrt{2+\sqrt{2}} \end{aligned} \quad \left(但し，k \equiv \sqrt{\frac{g}{\ell}}\right)\right\} \quad \cdots ④$$

のように，任意定数 A_1, A_2 を含んだ形で与えられる． 以下の問に答えなさい．

(a) 初期状態（$t=0$）での振れ角を，上下それぞれ，$\theta = -\Theta_0$，$\varphi = \sqrt{2}\,\Theta_0$ （但し，$\Theta_0 > 0$）としたとき，未定の振幅 A_1, A_2 を定め，それぞれの振れ角 $\theta(t), \varphi(t)$ を決定せよ． なお，$t=0$ での上下の振り子の位置関係を図示せよ．

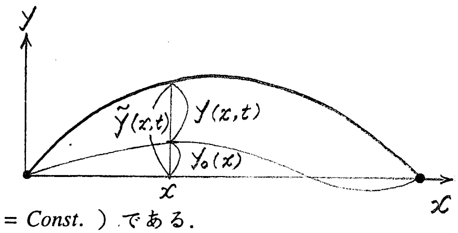
(b) (a)の場合の周期 τ を，ω_1 又は ω_2 を用いて書き表わせ．

(c) (a)の場合について，$t = \dfrac{\tau}{3}$ のときの振れ角 θ, φ を求め，図示せよ．

(d) (b)で求めた周期の式を，糸の長さ ℓ と重力の加速度 g を用いて書き換えよ．

(e) 実際，(d)で求めた式を使って，$\ell = 30\,cm$ と $120\,cm$ のときの周期 τ を，秒（sec）の単位で，小数点以下2桁まで計算せよ． 但し，重力の加速度は，$g = 9.8\,m/\mathrm{sec}^2$ とする．

【3】弦の振動方程式は，弦の変位を $\tilde{y}$ として，



$$\frac{\gamma}{g}\frac{\partial^2\tilde{y}}{\partial t^2} - T_0\frac{\partial^2\tilde{y}}{\partial x^2} + \gamma = 0 \quad \cdots\cdots ⑤$$

によって与えられる． 但し，γ は弦の単位長さ当たりの重量，T_0 は弦の初期張力（$= Const.$）である．

ここに，式中の変位 $\tilde{y}$ は，

$$\tilde{y}(x,t) = y_0(x) + y(x,t) \quad \cdots\cdots ⑥$$

のように，初期撓みによる定常成分 $y_0(x)$ と，振動による周期的な変動成分 $y(x,t)$ の和で構成されることから，⑤の振動方程式は，

$$\left.\begin{aligned} &［定常成分］\quad \frac{d^2y_0}{dx^2} - \alpha^2 = 0 \\ &［変動成分］\quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \beta^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑦$$

のように，定常成分と振動成分に関する2つの方程式に分解される．

以下の問に答えよ．

(a) ⑤式の $\tilde{y}$ に，⑥式の関係を代入し，振動方程式を，時間 t に依存しない定常成分と，時間 t に依存する振動成分に分解して，整理せよ

(b) (a)の結果を用いて，⑦式を導き，式中の係数 α と β を定めよ．

☆☆☆

以上で，試験は終了です．お疲れ様でした……

もう一度，間違いがないかどうか慎重に見直してから，提出しなさい！