

日本航海学会誌

NAVIGATION

21世紀の新しい針路を求めて

船のメタセンター半径 \overline{BM} の導出に関する一考察

堀 勉

*A Consideration on Derivation of
Ship's Transverse Metacentric Radius \overline{BM}*

Tsutomu HORI

平成29年

4 月

創刊 第200号 記念号



研究・調査

船のメタセンター半径 \overline{BM} の導出に関する一考察

堀 勉

A Consideration on Derivation of Ship's Transverse Metacentric Radius \overline{BM}

Tsutomu HORI

キーワード: メタセンター半径, 復原性, 横傾斜角, 浮心移動, 露出部と没入部の楔型

1. まえがき

船の復原性能を支配する横メタセンター半径 \overline{BM} は, V を排水体積, I を水線面の中心線に関する2次モーメントとすると,

$$\overline{BM} = \frac{I}{V} \dots\dots\dots(1)$$

で算定できることは, 造船学の基本公式として, 周知の結果である。

この \overline{BM} に関する(1)式の導出に関しては, これまで, 古くは西川⁽¹⁾, 杉原⁽²⁾, 大串⁽³⁾, 太田・桑原⁽⁴⁾, 明渡⁽⁵⁾によって, 最近でも, 野原・庄司⁽⁶⁾や池田・古川⁽⁷⁾によって, 船舶算法や航海力学の幾多の教科書で, 記述されている。

このような \overline{BM} に関する基本公式に対して, その結果は勿論変わることはないのだが, その導出過程において, 横傾斜による浮心の移動方向を正しく考慮することにより, その名に相応しいメタセンター半径を導き得たので, 浅学菲才な著者が, 碩学諸賢のご批判を受けることを覚悟で, 敢えてご報告させて戴く次第である。

2. メタセンター半径 \overline{BM} の導出

図1は, 直立に浮かんでいた船が, 微小角 θ だけ横傾斜した場合の立体図を示す。直立時の水線を WL , 浮心を B とし, 傾斜後の水線を $W'L'$, 浮

心を B' とする。

露出部 WoW' と没入部 LoL' は, 水線付近では垂直舷側と仮定できるから, その断面形状は, 船長方向 x で水線幅 $2y$ は異なるものの, 船尾 AP から船首 FP 迄どの断面でも相似な直角三角形であるから, 立体的には楔型となっている。

傾斜後も船の排水体積 V は変わらないので, 露出部の楔型 $AP-WoW'-FP$ と没入部の楔型 $AP-LoL'-FP$ の体積は等しい。その体積を v とし, 露出部の体積の重心を g , 没入部の重心を g' とすると, 一部の排水体積 v が, g から g' に移動したと考えることができる。

したがって, 全排水体積 V の重心である浮心が, B から B' に移動する方向と距離 $\overline{BB'}$ は,

$$\left. \begin{aligned} \overline{BB'} &\parallel \overline{gg'} \\ \overline{BB'} &= \frac{v \cdot \overline{gg'}}{V} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

となることは, 力学則により周知の通りである。

2.1 浮心移動 $\overline{BB'}$ の方向に対する検討

図2は, 図1に示す横傾斜した船の, ある船長方向 x での横断面を描いたものである。

横断面内での露出部, 没入部それぞれの直角三角形 $\Delta WoW'$, $\Delta LoL'$ の面積は等しいから a , それ

ぞれの図心を c, c' とすると、それらは x の関数であるから、楔型 $AP-WoW'-FP$, $AP-LoL'-FP$ の体積 v , その移動モーメント $v \cdot \overline{gg'}$, 及び, $\overline{gg'}$ の方向は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} v &= \int_{AP}^{FP} a \, dx \\ v \cdot \overline{gg'} &= \int_{AP}^{FP} a \cdot \overline{cc'} \, dx \\ \overline{gg'} &\parallel \overline{cc'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

のように、船長方向 x に AP から FP まで積分することにより求まる。 g と g' を結んだ線分 $\overline{gg'}$ は、図中にも示すように、横断面での直角三角形 $\Delta WoW'$ と $\Delta LoL'$ の図心を結んだ線分 $\overline{cc'}$ と、長さは異なるが、方向は一致する。

以下、図 2 に示す没入部の直角三角形 $\Delta LoL'$ に着目し、片舷 oc' によって、 $\overline{cc'}$ の方向を定めるが、ここが本論で主張する核を成す部分である。横傾斜角を $\angle LoL' = \theta$, oc' の角度を $\angle Loc' = \varphi$, 水線 WL の半幅に相当する底辺の長さを $oL = y$ とすると、幾何学が教えるところにより、三角形の重心 c' を通る oc' を延長すれば、対辺の高さ $LL' = y \tan \theta$ の中点を通ることから、

$$\tan \varphi = \frac{1}{2} \tan \theta \quad \dots\dots\dots(4)$$

の関係を得る。ここに、 $|\varphi| \ll 1, |\theta| \ll 1$ であるとし

て Taylor 展開すると、

$$\begin{aligned} \varphi &= \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \tan \theta \right) \\ &= \frac{1}{2} \tan \theta - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \tan \theta \right)^3 + \dots \\ &= \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \dots \right) - \frac{1}{24} \left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \dots \right)^3 + \dots \\ &= \frac{\theta}{2} + \frac{\theta^3}{8} + \dots \quad \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

となるから、横傾斜角 θ が微小の場合、

$$\varphi = \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

の関係が得られ、 $\overline{oc'}$ 即ち $\overline{cc'}$ の移動方向を、微小傾斜角の範疇（横傾斜角 θ に関する線型理論の範囲）で、正しく定め得た。

従って、(2), (3)式により、 $\overline{gg'}$ も $\overline{BB'}$ も、横傾斜角 θ の半角の方向に移動することが分かった。

2.2 本当の意味でのメタセンター半径 \overline{BM}

前節の帰結を、図 2 に示す傾斜船の横断面内の $\Delta MBB'$ 適用してみると、

$$\angle MBB' = \angle MB'B = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

となって、メタセンター M を頂点とする $\Delta MBB'$

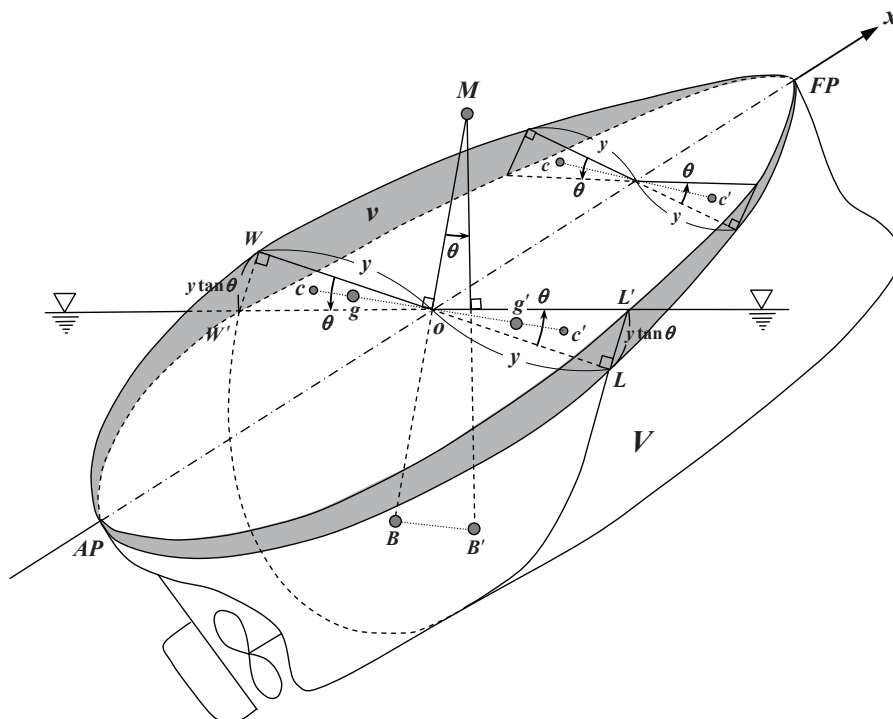


図 1 横傾斜した船の露出・没入部の楔型の立体図

は、二等辺三角形であることが分かり、

$$\overline{BM} = \overline{B'M} \quad \dots\dots\dots(8)$$

であることを示し得た。このことから、幾何的にも \overline{BM} と $\overline{B'M}$ が、共に M を中心とする円の半径となっていることが分かり、その名に相応しいメタセンター半径 \overline{BM} を導出し得たと考えるのは、著者の独り善がりであろうか。

2.3 \overline{BM} と $\overline{BB'}$ の関係

浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ を、前節の流れに沿って求める。 $\triangle MBB'$ に、余弦定理を適用すれば、(8)式により、

$$\begin{aligned} \overline{BB'}^2 &= 2 \overline{BM}^2 (1 - \cos \theta) \\ &= \overline{BM}^2 \left(\theta^2 - \frac{\theta^4}{12} + \dots \right) \quad \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

となるから、 $|\theta| \ll 1$ を仮定すれば、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \left(\theta - \frac{\theta^3}{24} + \dots \right) \quad \dots\dots\dots(10)$$

のように展開できる。よって、浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ は、微小傾斜角の場合、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \theta \quad \dots\dots\dots(11)$$

となって、円弧長 $\widehat{BB'}$ に相当することが分かる。

したがって、メタセンター半径 \overline{BM} は、

$$\overline{BM} = \frac{\overline{BB'}}{\theta} \quad \dots\dots\dots(12)$$

のように、浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ を、横傾斜角 θ で除すことにより、定めることができる。

2.4 浮心の移動距離 $\overline{BB'}$

本節では、 $\overline{BB'}$ を(2)式の力学則により求めることを考える。横断面での直角三角形 $\triangle WoW'$ 、 $\triangle LoL'$ それぞれの面積 a と、図心を結んだ線分 $\overline{cc'}$ は、(6)式により $\varphi = \frac{\theta}{2}$ だから、

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2} y^2 \tan \theta = \frac{1}{2} y^2 \left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \dots \right) \\ \overline{cc'} &= 2 \overline{oc'} = \frac{4}{3} y \sec \frac{\theta}{2} = \frac{4}{3} y \left(1 + \frac{\theta^2}{8} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

のように書けるから、その移動モーメントは、

$$a \cdot \overline{cc'} = \frac{2}{3} y^3 \tan \theta \sec \frac{\theta}{2} = \frac{2}{3} y^3 \left(\theta + \frac{11}{24} \theta^3 + \dots \right) \quad (14)$$

となって、微小傾斜角の場合、

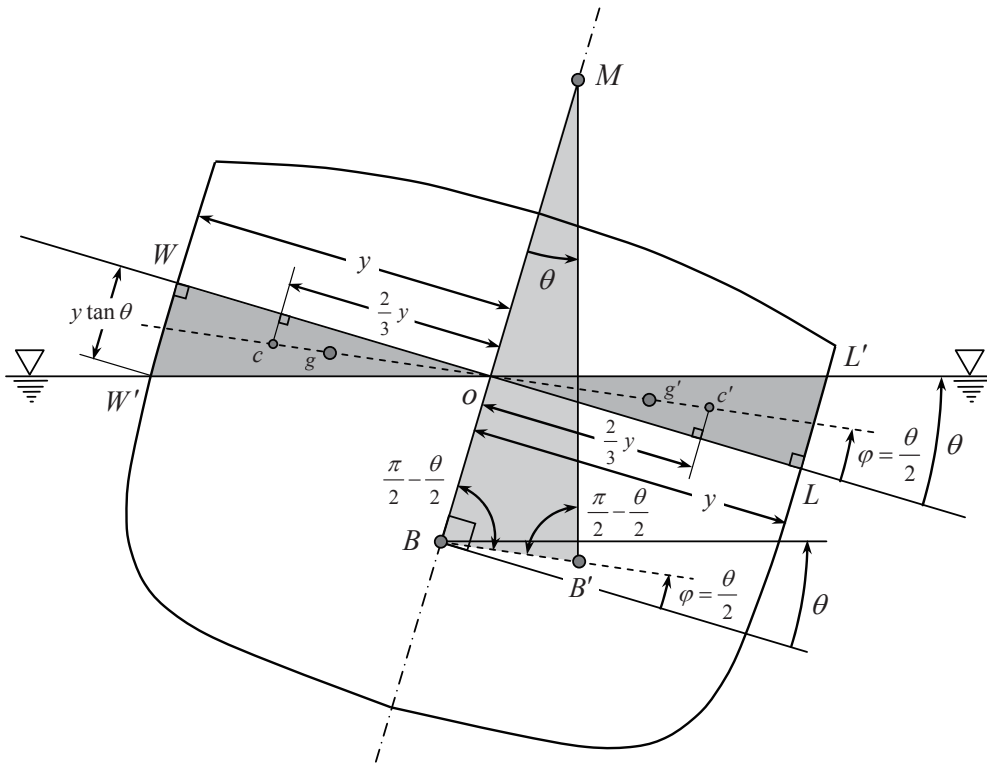


図2 横傾斜した船の横断面でのメタセンター M と浮心移動 $\overline{BB'}$

$$a \cdot \overline{cc'} = \frac{2}{3} y^3 \theta \quad \dots\dots\dots(15)$$

と求まる。これを、(3)式に示すように、船長方向に AP から FP まで積分することにより、楔形の体積 v の移動モーメント $v \cdot \overline{gg'}$ は、

$$\begin{aligned} v \cdot \overline{gg'} &= \int_{AP}^{FP} a \cdot \overline{cc'} dx = \frac{2}{3} \theta \int_{AP}^{FP} y^3 dx \\ &= \theta \int_{AP}^{FP} \frac{(2y)^3}{12} dx = I \cdot \theta \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

によって定まる。式中の積分は、高さ $2y$ 、幅 dx の矩形の 2 次モーメントに相当することから、水線面の中心線に関する 2 次モーメント I を表わしている。よって、浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ は、(2)式により、

$$\overline{BB'} = \frac{v \cdot \overline{gg'}}{V} = \frac{I \cdot \theta}{V} \quad \dots\dots\dots(17)$$

のように、(16)式の I と横傾斜角 θ の積を、排水体積 V で除すことにより、計算できる。

2.5 メタセンター半径 \overline{BM} の算定公式

前節、前々節の結果により、メタセンター半径 \overline{BM} は、(12)式右辺の浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ に、(17)式を代入することにより、

$$\overline{BM} = \frac{\overline{BB'}}{\theta} = \frac{I \cdot \theta}{\theta V} = \frac{I}{V} \quad \dots\dots\dots(18)$$

となり、横傾斜角 θ に依らず、水線面以下の船の幾何学的形状のみによって算定できる。だから、 \overline{BM} は船の復原性能を支配するパラメータとしての意味を持つ。結果は、造船学や航海力学の教科書^{(1)~(7)}に載っている周知の公式である。

3. 考 察

大部分の教科書^{(1),(3),(4),(5)}では、近似的に、

$$\left. \begin{aligned} \overline{BB'} \parallel \overline{WL} \\ \angle MBB' = \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

と看做し、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \tan \theta \quad \dots\dots\dots(20)$$

と記述されていることが多い。西川⁽¹⁾、大串⁽³⁾、明渡⁽⁵⁾は、その(19)式を明記している。

杉原⁽²⁾、野原・庄司⁽⁶⁾は、 $\overline{BB'}$ の方向については

明記せず、(11)式と同様、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \theta \quad \dots\dots\dots(21)$$

としている。

一方、最近の池田・古川⁽⁷⁾は、 $\overline{BB'}$ の移動距離ではなく、その \overline{WL} に平行な移動成分を正確に求めている。それを(7)式の結果を用いて、本論の表記で書けば、

$$\overline{BB'} \cos \frac{\theta}{2} = \overline{B'M} \sin \theta \quad \dots\dots\dots(22)$$

によって計算しており、やはり $\overline{BB'}$ の正しい移動方向については言及せず、それを避けた導出になっている。

4. 纏 め

本論の主張するところは、2.1 節の(6)式において、露出部から没入部への面積移動 $\overline{cc'}$ の方向を、

$$\varphi = \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

と定めたことにより、浮心移動 $\overline{BB'}$ の方向が、横傾斜角 θ の半角の方向であることを示した点にある。

結果、2.2 節の(7)式で、

$$\angle MBB' = \angle MB'B = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

の関係を得、 $\triangle MBB'$ が二等辺三角形であることから、(8)式において、メタセンター M を中心とする半径として、

$$\overline{BM} = \overline{B'M} \quad \dots\dots\dots(8)$$

であることを示すことにより、幾何的にも、その名に相応しいメタセンター半径 \overline{BM} を導出し得たと考える。

以上、本論の結論は、上記の(6),(7),(8)式に集約される。

続く、2.3 節以降は、通常の手法に倣って、 \overline{BM} に関する算定公式(18)を、横傾斜角 θ に関する線型理論の枠組み内で、記述したものである。

5. あとがき

著者も、長崎総合科学大学 船舶工学科 (現在は、工学科 船舶工学コース) の必修科目として、十年以上に亙り「浮体静力学」を担当していますが、毎

年（特に、ここ数年）、表題のメタセンターの理論を説明する際、横傾斜による浮心移動 $\overline{BB'}$ の方向について、どこか誤魔化しているような罪悪感を、微小傾斜角による近似だと言いついて聞かせて、講義して参りました。そこを優秀な学生から質問されたらどうしようと、その回だけは、いつも及び腰で講義に臨んでいました。

本論を纏めることで、この悩みから解放された一方、それが独り善がりであってはいけないとの思いから、投稿させて戴きました。碩学の先生方から、こんなことは既に知っているし、そのように講義しているとの、ご批判を受けるのも覚悟しております。また、本稿の主張する内容が、既に教科書に載っていたり、論文等で公表されているようでしたら、浅学非才な著者の文献調査不足によるところと、ご容赦戴きたい。

謝辞

本稿を閉じるに臨み、著者の学生時代、黒板に丁寧な図と式を書いて、船舶算法を懇切にお教え下さった、今は亡き恩師 栗原 真人 先生に、深甚なる感謝の意を捧げます。

参考文献

- (1) 西川 広：初等船舶算法，海文堂，pp.92～94，1964年7月（初版）。
- (2) 杉原 喜義：理論運用学（船舶力学編），海文堂，pp.54～56，1964年7月（初版）。
- (3) 大串 雅信：理論船舶工学（上巻），海文堂，pp.82～83，1971年6月（初版）。
- (4) 太田 徹，桑原 憲一，小谷 俊彦，玉木 一三，西川 廣，馬場 浩一，梶井 真介，三田村 利武：造船工学，全国造船教育研究会編，海文堂，pp.164～165，1975年6月（初版）。
- (5) 明渡 範次：基本航海力学，海文堂，pp.121～125，1983年6月（初版）。
- (6) 野原 威男（原著），庄司 邦昭（著）：航海造船学【二訂版】，海文堂，pp.174～175，2005年4月（二訂初版）。
- (7) 池田 良穂，古川 芳孝，片山 徹，藤井 辰博，村井 基彦，山口 悟：船舶海洋工学シリーズ①船舶算法と復原性，日本船舶海洋工学会・能力開発センター教科書編纂委員会監修，成山堂，pp.67～68，2012年4月（初版）。

平成 29 年 1 月 15 日投稿



ホリ
堀 ツトム
勉

正会員 長崎総合科学大学 工学部 船舶工学コース 教授（☎851-0193 長崎市 網場町 536）
E-mail : HORI_Tsutomu@NiAS.ac.jp, HomePage : <http://www.ship.nias.ac.jp/personnel/horiken/>
1987年 大阪大学 大学院 工学研究科 造船学専攻 博士後期課程 修了，工学博士
所属学会：日本航海学会，日本船舶海洋工学会の各会員； 研究テーマ：水面波動力学

日本航海学会誌 NAVIGATION

平成29年4月 第200号

Apr 2017 No. 200

巻頭言 / Foreword

日本航海学会誌 第200号の発刊を迎えて / For the Special Issue of the "Navigation" No. 200 古莊雅生 / Masao FURUSHO (1)

特集 < 自動化・自律化研究の現状と展望 >

自律船研究の動向 / Current state of the researches on autonomous ships 福戸淳司 / Junji FUKUTO (4)

シーマンシップの感性を活かした「見張り」の自動化・自律化を目指して / Towards Autonomous "Sharp-Lookout" using KANSEI of Good Seamanship 村井康二・増田憲司・川瀬雅勇己 / Koji MURAI, Kenji MASUDA and Masayuki KAWASE (12)

自律運航実現を支える運航支援技術 / Navigation Technologies To Support Autonomous Shipping 柏卓夫 / Takuo KASHIWA (18)

自律船の出現に伴う法的問題 / The legal issues of the development of autonomous ships 藤本昌志 / Shoji FUJIMOTO (24)

法の存在する意義-自動化船、自律化船と法- / Signification of the Existence of Law-Automatic Ship, Autonomous Ship and Law- 逸見真 / Shin HEMMI (28)

船員がいなくなるとき-一船長の省察と展望- / A Future of no Seaman on Board-A certain Captain's Introspection and Looking out- 夏本八郎太 / Hachirouta NATSUMOTO (34)

教育・研究機関紹介

大島商船高等専門学校 / National Institute of Technology, Oshima College (40)

インタビュー

学会の担い手達 第十回 / the Member with a Future 東京海洋大学 学術研究院海事システム工学部門 助教西崎ちひろ先生 編集担当理事 / Director (46)

大学等奨学褒章

練習船かごしま丸の自動船位保持装置の性能評価 / Performance Evaluation of Dynamic Positioning System of Training Ship "KAGOSHIMA MARU" 塚原志恩 / Shion TSUKAHARA (52)

東シナ海における漂流ごみの現状把握と変遷 / Assessment of current condition and changes of drifting garbage in the East China Sea 中島良 / Ryo NAKASHIMA (53)

ECDISの操作性に関する一考察 / A Study on improvement of operability of ECDIS 吉田孝大 / Takahiro YOSHIDA (54)

荒天下における浅喫水船の操縦性能に関する研究 / Study on the Maneuverability of a Shallow Draft Ship in Rough Sea 田中公作・小久保達也 / Kosaku TANAKA and Tatsuya KOKUBO (55)

外航クルーズ客船誘致による経済波及効果に関する研究~境港を対象にしたスピルオーバー問題に関する検討~ / Assessing the economic effect of cruise ships enticement -With the objective of spill-over problem- 後藤健太 / Kenta GOTOH (56)

南鳥島周辺海域における海底資源評価のための海底地形及び反射散乱強度解析 / Analysis of Sea Bottom Topography and Reflection Scattering Intensity for Evaluation of Sea Bottom Resources Around Minamitorishima Island 桑木裕基 / Yuuki KUWAKI (57)

内航船における英語による無線通信促進に関する研究 / Study on Promotion of Radio Communications in English on Domestic Merchant Vessels 原康平 / Kohei HARA (58)

外航定期航路に就航する船舶を対象とした月別推薦航路の考案 / A Study on the Optimum Route by Month for Oceangoing Vessels 佐々木亮 / Ryo SASAKI (59)

衝突回避操船時のブリッジチームにおける情報交換に関する研究 / Information Exchanging for Effective Bridge Teamwork 沖田祐樹 / Yuki OKITA (60)

台風活動の年々変動に関する研究 / A study on interannual variations of typhoon 松野修太郎 / Shutaro MATSUNO (61)

内陸における海上コンテナ混載物流の発生要因に関する研究 / Demand Analysis for Less Than Container Load 藤田真由 / Mayu FUJITA (62)

陸上固定レーダの画像を用いた東京湾における漁業モニタリングの試み / Attempt of fishery monitoring in Tokyo Bay using land fixed radar 大石翼 / Tsubasa OISHI (63)

CFDを用いた漁船航行時の造波現象の推定 / Prediction of generated waves of fishing vessel using CFD 橋内昂輝 / Koki KITSUNAI (64)

研究・調査

シンガポールの新コンテナ・ターミナル(ツアス)-開発持続的発展とリスク / New Container Terminal Project at Tuas, Singapore -Sustainable Development and Risk 種市雅彦 / Masahiko TANEICHI (65)

船のメタセンター半径 \overline{BM} の導出に関する一考察 / A Consideration on Derivation of Ship's Transverse Metacentric Radius \overline{BM} 堀勉 / Tsutomu HORI (75)

解説・展望

遊動水(自由水)影響についての授業法 / How to Teach Free Surface Water Effect 石田正一 / Shoich ISHIDA (80)

研究会報告

海洋工学研究会 (84)

日本航海学会論文集 Vol. 135 目次 (86)

事務局だより / Report from Secretariat (90)

投稿要領 (92)

日本航海学会

Japan Institute of Navigation

c/o Tokyo University of Marine Science and Technology, 1-6, Etchujima 2, Koto-ku, Tokyo, 135-8533 JAPAN