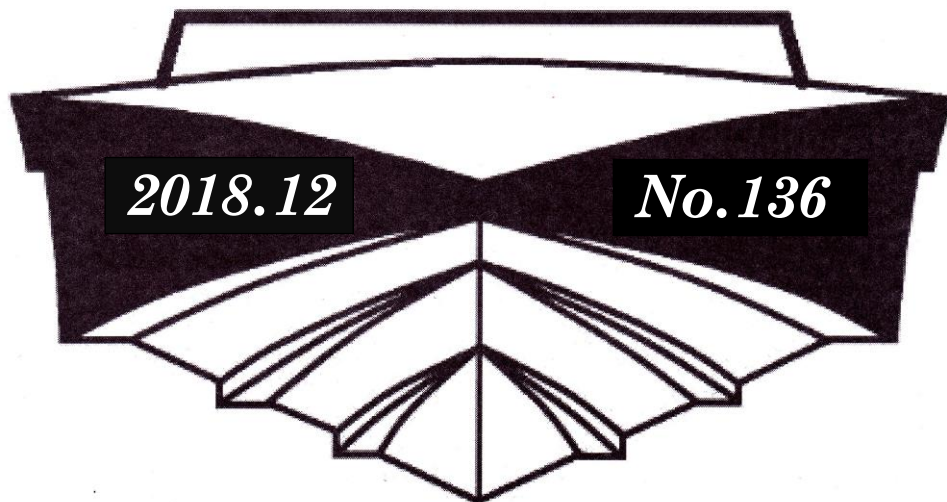


ISSN 1340-7341

舟艇技報

「浮体静力学」の基礎理論に対する新展開
— その2 : 船のメタセンター半径 \overline{BM} の導出に関する一考察 —

長崎総合科学大学 工学部 船舶工学コース 教授
堀 勉



2018.12

No.136

Boat Engineering

一般財団法人 舟艇協会

— 技術資料 —

「浮体静力学」の基礎理論に対する新展開

— その2：船のメタセンター半径 \overline{BM} の導出に関する一考察 —

長崎総合科学大学 工学部 船舶工学コース 教授
堀 勉

1 緒論

船の復原性能を支配する横メタセンター半径 \overline{BM} は、 V を排水体積、 I を水線面の中心線に関する2次モーメントとすると、

$$\overline{BM} = \frac{I}{V} \dots\dots\dots(1)$$

で算定できることは、造船学の基本公式として、周知の結果である。

この \overline{BM} に関する(1)式は、Bouguer⁽¹⁾によって導出され、Nowacki⁽²⁾やFerreiro⁽³⁾が歴史的経緯を紹介している。造船学のバイブル的な米国のPrinciples of Naval Architectureにも、Goldberg⁽⁴⁾によって記載されている。国

内でも、これまで、古くは西川⁽⁵⁾、杉原⁽⁶⁾、大串⁽⁷⁾、太田・桑原ら⁽⁸⁾、明渡⁽⁹⁾によって、最近でも、野原・庄司⁽¹⁰⁾や池田・古川ら⁽¹¹⁾によって、船舶算法や航海力学の幾多の教科書で、記述されている。

このような \overline{BM} に関する基本公式に対して、その結果そのものは変わることはないのだが、その導出過程における新展開として、横傾斜による浮心の移動方向が横傾斜角 θ の半角の方向であることを示すことにより、その名に相応しいメタセンター半径を導き得た。この導出過程を、碩学諸賢のご批判を受けることを覚悟で、航海学会誌⁽¹²⁾に公表した。

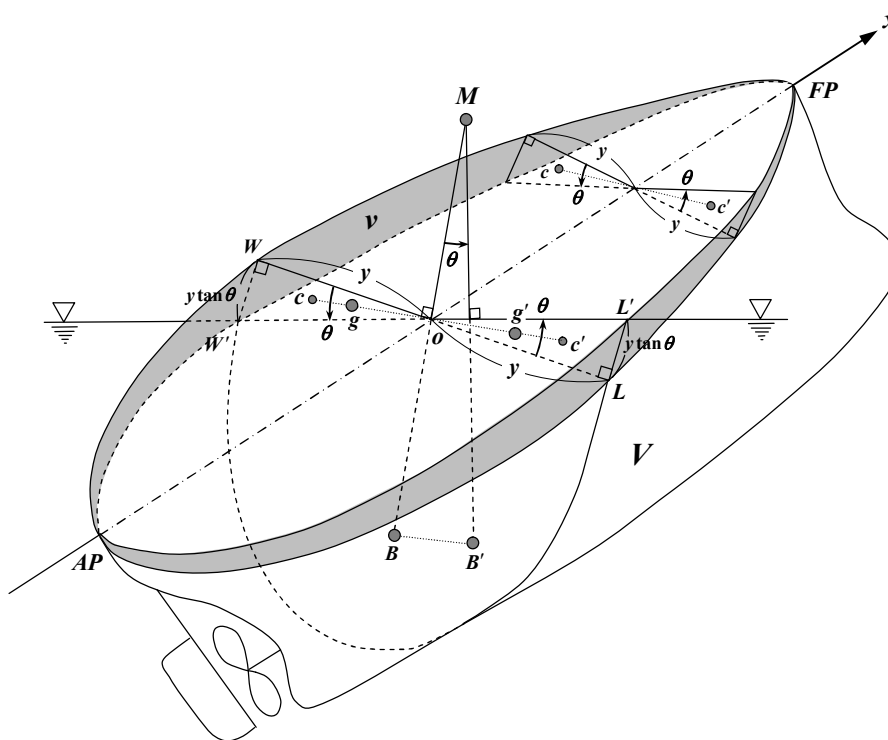


図1 横傾斜した船の露出・没入部の楔型の立体図⁽¹²⁾

この \overline{BM} に関する新理論を、その 1⁽¹³⁾ の「浮心=圧力中心」の証明に続いて、舟艇協会の会員の皆様に、技術資料として紹介させて頂くことも、強ち無意味ではないと考えた次第である。

2 メタセンター半径 \overline{BM} の導出⁽¹²⁾

図 1 は、直立に浮かんでいた船が、微小角 θ だけ横傾斜した場合の立体図を示す。直立時の水線を WL 、浮心を B とし、傾斜後の水線を $W'L'$ 、浮心を B' とする^{(13),(14),(15)}。

露出部 WoW' と没入部 LoL' は、水線付近では垂直舷側と仮定できるから、その断面形状は、船長方向 x で水線幅 $2y$ は異なるものの、船尾 AP から船首 FP 迄どの断面でも相似な直角三角形であるから、立体的には楔型となっている。

傾斜後も船の排水体積 V は変わらないので、露出部の楔型 $AP-WoW'-FP$ と没入部の楔型 $AP-LoL'-FP$ の体積は等しい。その体積を v とし、露出部の体積の重心を g 、没入部の重心を g' とすると、一部の排水体積 v が、 g から g' に移動したと考えることができる。

したがって、全排水体積 V の重心である浮心が、 B から B' に移動する方向と距離 $\overline{BB'}$ は、

$$\left. \begin{aligned} \overline{BB'} &\parallel \overline{gg'} \\ \overline{BB'} &= \frac{v \cdot \overline{gg'}}{V} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

となることは、(1)式と同様、造船学や航海力学の教科書^{(5)~(11)}に記載されている、周知の力学則である。

2.1 浮心移動 $\overline{BB'}$ の方向に対する検討

図 2 は、図 1 に示す横傾斜した船の、ある船長方向 x での横断面を描いたものである。

横断面内での露出部、没入部それぞれの直角三角形 $\Delta WoW'$ 、 $\Delta LoL'$ の面積は等しいから a 、それぞれの図心を c 、 c' とすると、それらは x の関数であるから、楔型 $AP-WoW'-FP$ 、 $AP-LoL'-FP$ の体積 v 、その移動モーメント $v \cdot \overline{gg'}$ 、及び、 $\overline{gg'}$ の方向は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} v &= \int_{AP}^{FP} a \, dx \\ v \cdot \overline{gg'} &= \int_{AP}^{FP} a \cdot \overline{cc'} \, dx \\ \overline{gg'} &\parallel \overline{cc'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

のように、船長方向 x に AP から FP まで積分することにより求まる。 g と g' を結んだ線分 $\overline{gg'}$ は、図中にも示すように、横断面での直角三角形 $\Delta WoW'$ と $\Delta LoL'$ の図心を結んだ線分 $\overline{cc'}$ と、長さは異なるが、方向は一致する。

以下、図 2 に示す没入部の直角三角形 $\Delta LoL'$ に着目し、片舷 oc' によって、 $\overline{cc'}$ の方向を定めるが、ここが本論で主張する核を成す部分である。横傾斜角を $\angle LoL' = \theta$ 、 $\overline{oc'}$ の角度を $\angle Loc' = \varphi$ 、水線 WL の半幅に相当する底辺の長さを $\overline{oL} = y$ とすると、幾何学が教えるところにより、三角形の重心 c' を通る $\overline{oc'}$ を延長すれば、対辺の高さ $\overline{LL'} = y \tan \theta$ の中点を通ることから、

$$\tan \varphi = \frac{1}{2} \tan \theta \quad \dots\dots\dots(4)$$

の関係を得る。ここに、 $|\varphi| \ll 1, |\theta| \ll 1$ であるとして Taylor 展開すると、

$$\begin{aligned} \varphi &= \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \tan \theta \right) \\ &= \frac{1}{2} \tan \theta - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \tan \theta \right)^3 + \dots \\ &= \frac{1}{2} \left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \dots \right) - \frac{1}{24} \left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \dots \right)^3 + \dots \\ &= \frac{\theta}{2} + \frac{\theta^3}{8} + \dots \quad \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

となるから、横傾斜角 θ が微小の場合、

$$\varphi = \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

の関係が得られ、 $\overline{oc'}$ 即ち $\overline{cc'}$ の移動方向を、微小傾斜角の範疇（横傾斜角 θ に関する線型理論の範囲）で、正しく定め得た。

従って、(2),(3)式により、 $\overline{gg'}$ も $\overline{BB'}$ も、横傾斜角 θ の半角の方向に移動することが分かった。

2.2 本当の意味でのメタセンター半径 \overline{BM}

前節の帰結(6)式を、図 2 に示す傾斜船の横断面内の $\Delta MBB'$ 適用してみると、

$$\angle MBB' = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

となる。一方、三角形の内角の和が π であるから、

$$\angle MB'B = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots(8)$$

となる。よって、

$$\angle MBB' = \angle MB'B = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots(9)$$

となるから、メタセンター M を頂点とする $\triangle MBB'$ は、二等辺三角形であることが分かり、

$$\overline{BM} = \overline{B'M} \dots\dots\dots(10)$$

であることを示し得た。このことから、幾何的にも \overline{BM} と $\overline{B'M}$ が、共に M を中心とする円の半径となっていることが分かり、その名に相応しいメタセンター半径 \overline{BM} を導出し得たと考えるのは、著者の独り善がりであろうか。

2.3 \overline{BM} と $\overline{BB'}$ の関係

浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ を、前節の流れに沿って求める。 $\triangle MBB'$ に、余弦定理を適用すれば、(10)式により、

$$\begin{aligned} \overline{BB'}^2 &= 2 \overline{BM}^2 (1 - \cos \theta) \\ &= \overline{BM}^2 \left(\theta^2 - \frac{\theta^4}{12} + \dots \right) \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

となるから、 $|\theta| \ll 1$ を仮定すれば、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \left(\theta - \frac{\theta^3}{24} + \dots \right) \dots\dots\dots(12)$$

のように展開できる。よって、浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ は、微小傾斜角の場合、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \theta \dots\dots\dots(13)$$

となって、円弧長 $\widehat{BB'}$ に相当することが分かる。

したがって、メタセンター半径 \overline{BM} は、

$$\overline{BM} = \frac{\overline{BB'}}{\theta} \dots\dots\dots(14)$$

のように、浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ を、横傾斜角 θ で除すことにより、定めることができる。

2.4 浮心の移動距離 $\overline{BB'}$

本節では、 $\overline{BB'}$ を(2)式の力学則により求めることを考える。横断面での直角三角形 $\triangle WoW'$ 、 $\triangle LoL'$ それぞれの面積 a と、図心を結んだ線分 $\overline{cc'}$ は、(6)式により $\varphi = \frac{\theta}{2}$ だから、

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2} y^2 \tan \theta = \frac{1}{2} y^2 \left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \dots \right) \\ \overline{cc'} &= 2oc' = \frac{4}{3} y \sec \frac{\theta}{2} = \frac{4}{3} y \left(1 + \frac{\theta^2}{8} + \dots \right) \end{aligned} \right\} (15)$$

のように書けるから、その移動モーメントは、

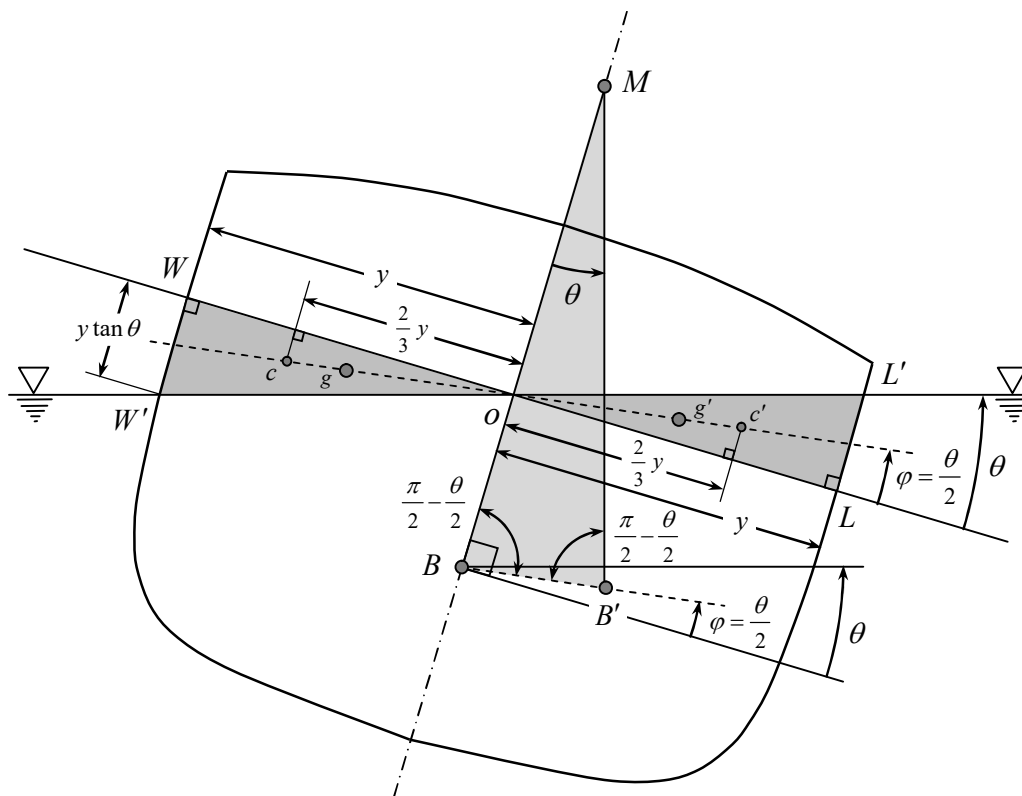


図2 横傾斜した船の横断面でのメタセンター M と浮心移動 $\overline{BB'}$ (12)

$$a \cdot \overline{cc'} = \frac{2}{3} y^3 \tan \theta \sec \frac{\theta}{2} = \frac{2}{3} y^3 \left(\theta + \frac{11}{24} \theta^3 + \dots \right) \dots \dots \dots (16)$$

となつて、微小傾斜角の場合、

$$a \cdot \overline{cc'} = \frac{2}{3} y^3 \theta \dots \dots \dots (17)$$

と求まる。これを、(3)式に示すように、船長方向に AP から FP まで積分することにより、楔形の体積 v の移動モーメント $v \cdot \overline{gg'}$ は、

$$v \cdot \overline{gg'} = \int_{AP}^{FP} a \cdot \overline{cc'} dx = \frac{2}{3} \theta \int_{AP}^{FP} y^3 dx \\ = \theta \int_{AP}^{FP} \frac{(2y)^3}{12} dx = I \cdot \theta \dots \dots \dots (18)$$

によって定まる。式中の積分は、高さ $2y$ 、幅 dx の矩形の 2 次モーメントに相当することから、水線面の中心線に関する 2 次モーメント I を表わしている。よつて、浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ は、(2)式により、

$$\overline{BB'} = \frac{v \cdot \overline{gg'}}{V} = \frac{I \cdot \theta}{V} \dots \dots \dots (19)$$

のように、(18)式の I と横傾斜角 θ の積を、排水体積 V で除すことにより、計算できる。

2.5 メタセンター半径 \overline{BM} の算定公式

前節、前々節の結果により、メタセンター半径 \overline{BM} は、(14)式右辺の浮心の移動距離 $\overline{BB'}$ に、(19)式を代入することにより、

$$\overline{BM} = \frac{\overline{BB'}}{\theta} = \frac{\frac{I \cdot \theta}{V}}{\theta} = \frac{I}{V} \dots \dots \dots (20)$$

となり、横傾斜角 θ に依らず、水線面以下の船の幾何学的形状のみによって算定できる。だから、 \overline{BM} は船の復原性能を支配するパラメタとしての意味を持つ。結果は、国内外の造船学や航海力学の教科書^{(4)~(11)}に載っている周知の公式である。

3 考察

大部分の教科書^{(4),(5),(7),(8),(9)}では、近似的に、

$$\left. \begin{aligned} \overline{BB'} // \overline{WL} \\ \angle MBB' = \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

と看做し、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \tan \theta \dots \dots \dots (22)$$

と記述されていることが多い。Goldberg⁽⁴⁾、西川⁽⁵⁾、大串⁽⁷⁾、明渡⁽⁹⁾は、その(21)式を明記している。

杉原⁽⁶⁾、野原・庄司⁽¹⁰⁾は、 $\overline{BB'}$ の方向については明記せず、(13)式と同様、

$$\overline{BB'} = \overline{BM} \theta \dots \dots \dots (23)$$

としている。

一方、最近の池田・古川ら⁽¹¹⁾は、 $\overline{BB'}$ の移動距離ではなく、その \overline{WL} に平行な移動成分を正確に求めている。それを(9)式の結果を用いて、本論の表記で書けば、

$$\overline{BB'} \cos \frac{\theta}{2} = \overline{B'M} \sin \theta \dots \dots \dots (24)$$

について計算しており、やはり $\overline{BB'}$ の正しい移動方向については言及せず、それを避けた導出になっている。

4 結論

本論の主張するところは、2.1 節の(6)式において、露出部から没入部への面積移動 $\overline{cc'}$ の方向を、

$$\varphi = \frac{\theta}{2} \dots \dots \dots (6)$$

と定めたことにより、浮心移動 $\overline{BB'}$ の方向が、横傾斜角 θ の半角の方向であることを示した点にある。

結果、2.2 節の(9)式で、

$$\angle MBB' = \angle MB'B = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \dots \dots \dots (9)$$

の関係を得、 $\triangle MBB'$ が二等辺三角形であることから、(10)式において、メタセンター M を中心とする半径として、

$$\overline{BM} = \overline{B'M} \dots \dots \dots (10)$$

であることを示すことにより、幾何的にも、その名に相応しいメタセンター半径 \overline{BM} を導出し得たと考える。

以上、本論の結論は、上記の(6)、(9)、(10)式に集約される。

続く, 2.3 節以降は, 通常の手法に倣って, \overline{BM} に関する算定公式(20)を, 横傾斜角 θ に関する線型理論の枠組み内で, 記述したものである。

5 後書き

著者も, 長崎総合科学大学 船舶工学科 (現在は, 工学科 船舶工学コース) の必修科目として, 十年以上に亙り「浮体静力学」を担当していますが, 毎年 (特に, ここ数年), 表題のメタセンターの理論を説明する際, 横傾斜による浮心移動 $\overline{BB'}$ の方向について, どこか誤魔化しているような罪悪感を, 微小傾斜角による近似だと言いついて聞かせて, 講義して参りました。そこを優秀な学生から質問されたらどうしようと, その回だけは, いつも及び腰で講義に臨んでいました。

本論を纏めることで, この悩みから解放された一方, それが独り善がりであってはいけないとの思いから, 投稿させて戴きました。碩学の先生方から, こんなことは既に知っているし, そのように講義しているとの, ご批判を受けるのも覚悟しております。また, 本稿の主張する内容が, 既に教科書に載っていたり, 論文等で公表されているようでしたら, 浅学非才な著者の文献調査不足によるところと, ご容赦戴きたい。

謝辞

本稿を閉じるに際し, 著者の学生時代, 黒板に丁寧な図と式を書いて, 船舶算法の理論を懇切に教えて下さった, 今は亡き恩師 栗原真人先生に, 深甚なる感謝の意を捧げます。先生の姿が, 本研究のテーマや著者の研究姿勢の根幹になっているからです。

本研究を進めるに当たり, その 1⁽¹³⁾, その 2 を通じて, 終始温かいご激励を戴いた, 舟艇協会の理事でもある, 長崎総合科学大学 木下 健学長に, 心より御礼を申し上げます。

参考文献

(1) Pierre BOUGUER : *Traité du Navire, de sa Construction, et de ses Mouvements, (Treatise of the Ship, its Construction and its Movements), Seconde Section, Edited by Chez JOMBERT, Paris, pp.249~324, 1746.*

- (2) Horst NOWACKI, Larrie D. FERREIRO : *Historical Roots of the Theory of Hydrostatic Stability of Ships, 8th. International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales, pp.1~30, 2003.*
- (3) Larrie D. FERREIRO : *Ships and Science, The Birth of Naval Architecture in the Scientific Revolution, 1600-1800, Chapter 4 - Inventing the Metacenter, The MIT Press, pp.187~257, January 2010.*
- (4) Lawrence L. GOLDBERG : *Principles of Naval Architecture (2nd. Revision), Volume I - Stability and Strength, Chapter 2 - Intact Stability, Section 3 - Metacentric Height, Edited by Edward V. LEWIS, Society of Naval Architects and Marine Engineers, p.72, Jersey City, NJ, April 1988 (1st. Printing).*
- (5) 西川 広 : 初等船舶算法, 海文堂, pp.92~94, 1964年7月 (初版).
- (6) 杉原 喜義 : 理論運用学 (船舶力学編), 海文堂, pp.54~56, 1964年7月 (初版).
- (7) 大串 雅信 : 理論船舶工学 (上巻) 新訂版, 海文堂, pp.82~83, 1971年6月 (初版).
- (8) 太田 徹, 桑原 憲一, 小谷 俊彦, 玉木 一三, 西川 廣, 馬場 浩一, 梶井 真介, 三田村 利武 : 造船工学, 全国造船教育研究会編, 海文堂, pp.164~165, 1975年6月 (初版).
- (9) 明渡 範次 : 基本航海力学, 海文堂, pp.121~125, 1983年6月 (初版).
- (10) 野原 威男 (原著), 庄司 邦昭 (著) : 航海造船学 【二訂版】, 海文堂, pp.174~175, 2005年4月 (二訂初版).
- (11) 池田 良穂, 古川 芳孝, 片山 徹, 藤井 辰博, 村井 基彦, 山口 悟 : 船舶海洋工学シリーズ①船舶算法と復原性, 日本船舶海洋工学会・能力開発センター 教科書編纂委員会監修, 成山堂, pp.67~68, 2012年4月 (初版).
- (12) 堀 勉 : 船のメタセンター半径 \overline{BM} の導出に関する一考察, 日本航海学会誌, 創刊第200号 記念号, pp.75~79, 2017年4月.
- (13) 堀 勉 : 「浮体静力学」の基礎理論に対する新展開 — その1 : 「浮心=圧力中心」の証明一, 舟艇技法, 第135号, pp.1~10, 2018年9月.
- (14) 堀 勉 : 静水圧の圧力積分による船の浮心位置の決定 — 浮心=圧力中心の証明一, 日本航海学会誌, 第203号, pp.90~94, 2018年1月.
- (15) 堀 勉 : 静水圧の圧力積分による船の浮心位置の決定 — その2 : 任意の断面形状の場合一, 日本航海学会誌, 第205号, pp.28~34, 2018年7月.

目 次

舟艇技報 (Boat Engineering) No. 136 December 2018

[技術資料]

「浮体静力学」の基礎理論に対する新展開

その 2: 船のメタセンター半径 BM の導出に関する一考察

.....長崎総合科学大学教授 堀 勉.....1

「旧海軍魚雷艇技術概史」(3).....舟艇協会 廣郡 洋祐6

「浮体に働く浮力の作用中心に関する考察(続報).....舟艇協会 小松 正彦.....12

「水上飛行機の構造」(その 1) 寸法・形状及び形態

.....水上飛行機システム 森本 清三..... 19

クルーザー読本「クルーザーに乗りたい方のために」

その 4・クルーザー航海術 (Navigation) -4.....HURUTAKA 福永 昭25

知っておきたい「舟艇・船舶」の基礎知識

船用パワープラント及び補助機械.....舟艇協会 横山 勲.....56

[新造船紹介]

382 総トン 大中型まき網附属運搬船「第十六大師丸」

.....井筒造船所 井筒 友彦.....41

[ドキュメンタリー]

アマチュアによる設計・自作の記録

「3.3m デインギー建造記」-3.....四橋 渉33

[マリタイム・レポート]

世界における中小型船用主機関の動向(4).....舟艇協会 横山 勲.....49

[コラム]

Click in the “船外機情報村” -その 3・船外機情報村入口主宰 吉谷 瑞男.....45

帆船「ヘダ号」 再建の灯.....百舌 文平.....54

[舟艇協会の活動]64